

ТРАНСПОРТ

Научная статья
УДК 656.138

<https://doi.org/10.25198/2077-7175-2026-1-90>

ИНТЕГРАЦИЯ ГЕТЕРОГЕННОЙ МОДЕЛИ ВЫБОРА ВОДИТЕЛЕЙ В РАВНОВЕСНУЮ МОДЕЛЬ ГОРОДСКОЙ ТРАНСПОРТНОЙ СЕТИ С БЫСТРЫМИ ЗАРЯДНЫМИ СТАНЦИЯМИ

Сичжоу Ду

Белорусский национальный технический университет, Минск, Республика Беларусь
e-mail: dusizhuo@gmail.com

Д. С. Саражинский

Белорусский национальный технический университет, Минск, Республика Беларусь
e-mail: sarazhinsky@mail.ru

Д. В. Капский

Белорусский национальный технический университет; Академия управления при Президенте Республики Беларусь, Минск, Республика Беларусь
e-mail: d.kapsky@gmail.com

О. Н. Ларин

Российский университет транспорта, Москва, Россия
e-mail: larin_on@mail.ru

***Аннотация.** Актуальность исследования обусловлена необходимостью точного прогнозирования нагрузки на инфраструктуру быстрых зарядных станций для электромобилей, что является критически важной задачей для планирования городских транспортных систем. Существующие подходы к моделированию часто опираются на упрощенные функции затрат, игнорируя ключевые психологические факторы и значительную гетерогенность предпочтений водителей, что приводит к неточным результатам. Целью данной работы является разработка и обоснование комплексной методологии, позволяющей интегрировать детализированную гетерогенную поведенческую модель выбора водителей в вычислительно эффективную равновесную модель городской транспортной сети.*

В качестве методического аппарата исследования используется синтез двух теоретических компонентов: модифицированной классической модели назначений Франка-Вольфа, адаптированной для сетей с зарядной инфраструктурой, и поведенческой модели дискретного выбора на основе латентных классов. Предложенная методология включает последовательную многоступенчатую процедуру преобразования. Она начинается со спецификации и оценки поведенческой модели на данных социологических опросов, затем выполняет поведенческую фильтрацию для выделения «активной группы» водителей, потенциально готовых к зарядке, и завершается построением и адаптацией поведенчески-согласованных функций затрат для каждого класса пользователей.

Основные результаты работы заключаются в создании законченного алгоритма и инструментария, который преобразует вероятностные оценки индивидуальных предпочтений в детерминированные параметры макромодели. Это позволяет учесть в моделях сетевого равновесия такие факторы, как восприятие запаса хода, чувствительность ко времени ожидания в очереди и привлекательность характеристик зарядных станций. Научная новизна заключается в разработке принципов выделения классов-специфичных функций затрат, кото-



рые сводят сложную поведенческую задачу к многоклассовой версии алгоритма Франка-Вольфа, сохраняя при этом ключевую информацию о гетерогенности предпочтений водителей.

Практическая значимость состоит в том, что предложенный подход предоставляет транспортным планировщикам инструмент для прямой калибровки функций затрат на основе эмпирических данных опросов, исключая необходимость в сложной эвристической подгонке параметров. Это открывает возможности для более точного сценарного анализа и оптимизации развития зарядной инфраструктуры. Направления дальнейших исследований включают адаптацию предложенного метода для стохастических моделей равновесия и его верификацию на натурных данных о транспортных потоках.

Ключевые слова: равновесное распределение потоков, алгоритм Франка-Вольфа, электромобили, зарядная инфраструктура, модель латентных классов.

Для цитирования: Интеграция гетерогенной модели выбора водителей в равновесную модель городской транспортной сети с быстрыми зарядными станциями / Ду Сичжоу [и др.] // Интеллект. Инновации. Инвестиции. – 2026. – № 1. – С. 90–105. – <https://doi.org/10.25198/2077-7175-2026-1-90>.

Original article

INTEGRATING A HETEROGENEOUS DRIVER CHOICE MODEL INTO AN EQUILIBRIUM TRAFFIC ASSIGNMENT MODEL FOR URBAN NETWORKS WITH FAST CHARGING STATIONS

Sizhuo Du

Belarusian National University of Technology, Minsk, Republic of Belarus
e-mail: dusizhuo@gmail.com

D. S. Sarazhinsky

Belarusian National University of Technology, Minsk, Republic of Belarus
e-mail: sarazhinsky@mail.ru

D. V. Kapski

Belarusian National University of Technology; Academy of Public Administration under the President of the Republic of Belarus, Minsk, Republic of Belarus
e-mail: d.kapsky@gmail.com

O. N. Larin

Russian University of Transport, Moscow, Russia
e-mail: larin_on@mail.ru

Abstract. *The relevance of this study stems from the need for accurate demand forecasting for electric vehicle fast-charging infrastructure, a critical task for urban transport planning. Existing modeling approaches often rely on simplified cost functions, ignoring key psychological factors and significant heterogeneity in driver preferences, which leads to inaccurate results. The goal of this paper is to develop and substantiate a comprehensive methodology for integrating a detailed heterogeneous driver choice model into a computationally efficient equilibrium model of an urban transport network.*

The research methodology is based on the synthesis of two theoretical components: a modified classical Frank-Wolfe assignment model, adapted for networks with charging infrastructure, and a discrete choice behavioral model using latent classes. The proposed methodology involves a sequential multi-stage transformation procedure. It begins with the specification and estimation of the behavioral model from survey data, followed by behavioral filtering to identify an «active group» of drivers potentially willing to charge, and culminates in the construction and adaptation of behaviorally consistent cost functions for each user class.

The main results of the study consist in the creation of a complete algorithm and toolkit that transforms probabilistic estimates of individual preferences into deterministic macromodel parameters. This allows network equilibrium models to account for factors such as range anxiety, sensitivity to queuing time, and the attractiveness of charging station

attributes. The scientific novelty lies in the development of principles for specifying class-specific cost functions, which reduces a complex behavioral problem to a multi-class version of the Frank-Wolfe algorithm while preserving key information about the heterogeneity of driver preferences.

The practical significance is that the proposed approach provides transport planners with a tool for the direct calibration of cost functions using empirical survey data, eliminating the need for complex heuristic parameter tuning. This opens up opportunities for more accurate scenario analysis and optimization of charging infrastructure development. Directions for further research include adapting the proposed method for stochastic equilibrium models and its verification using real-world traffic flow data.

Key words: equilibrium traffic assignment, Frank-Wolfe algorithm, electric vehicles, charging infrastructure, Latent Class model.

Cite as: Du Sizhuo, Sarazhinsky, D. S., Kapski, D. V., Larin, O. N. (2026) [Integrating a Heterogeneous Driver Choice Model into an Equilibrium Traffic Assignment Model for Urban Networks with Fast Charging Stations]. *Intellekt. Innovacii. Investicii* [Intellect. Innovations. Investments]. Vol. 1, pp. 90–105. – <https://doi.org/10.25198/2077-7175-2026-1-90>.

Введение

Для прогнозирования распределения транспортных потоков в городских сетях традиционно используются модели равновесия пользователей, основанные на первом принципе Вардропы [2; 28]. Этот принцип опирается на следующие соображения. Участники движения за счет выбора маршрута оказывают взаимное влияние на затраты друг друга: увеличение потока на любом участке дороги неизбежно приводит к снижению скорости и росту затрат (в первую очередь временных) для всех, кто им пользуется. В силу этого механизма в сети естественным образом устанавливается такое распределение потоков, при котором ни одному водителю невыгодно в одностороннем порядке менять свой маршрут, так как любые альтернативные варианты окажутся для него более затратными. Именно такое установившееся состояние и называется равновесным, а его поиск составляет суть задачи моделирования распределения (назначения) потоков. Классически для эффективного поиска такого равновесия в сетях с обычными транспортными потоками используется итеративный алгоритм Франка-Вольфа [6; 24] (где в качестве функции затрат обычно используется только время в пути).

С появлением электромобилей (EV) и быстрых зарядных станций задача моделирования равновесия значительно усложнилась – выбор маршрута водителем теперь неразрывно связан с принятием решения о необходимости зарядки, что, помимо прочего, требует учета новых типов затрат (времени ожидания в очереди на зарядку, времени зарядки). Усложнился и эффективный поиск этого равновесия (алгоритм Франка-Вольфа в таких случаях оказывается непосредственно не применим без существенных модификаций [20; 17; 29]). По этой причине исследователям приходится искать подходящие модификации традиционных моделей назначений транспортных потоков. Однако даже в тех случаях, когда это удается сделать

(как например, в случае модифицированной модели назначений Франка-Вольфа, рассматриваемой в данной статье), все еще остается проблема следующего характера: ключевым элементом таких моделей является функция затрат, которая определяет, насколько «дорогим» или «непривлекательным» является для водителя каждый возможный маршрут. Традиционно эта функция крайне упрощена и учитывает только один фактор – время в пути [13; 21]. Это является серьезным ограничением, поскольку реальный выбор водителя электромобиля зависит от множества поведенческих и психологических факторов (таких как восприятие риска, связанного с запасом хода, или наличие потребностей, которые можно удовлетворить во время зарядки), которые простое время не способно отразить [9; 12; 15]. Более того, как показывают исследования в области поведенческого моделирования, предпочтения водителей крайне гетерогенны: разные группы людей по-разному оценивают одни и те же факторы [3; 1; 8; 16; 25].

Таким образом, возникает ключевое методологическое противоречие между необходимостью учета сложных гетерогенных поведенческих факторов для реалистичного моделирования и строгими требованиями детерминированных моделей равновесия, которые оперируют упрощенными функциями затрат. Целью данной работы является разрешение этого противоречия посредством разработки методологии интеграции гетерогенной поведенческой модели выбора в модифицированную модель назначений транспортных потоков Франка-Вольфа, адаптированную для сетей с быстрыми зарядными станциями. Основной научный вклад заключается в реализации этой интеграции через последовательную многоступенчатую процедуру, преобразующую результаты вероятностных моделей в набор классово-специфичных функций затрат, совместимых с логикой модифицированного алгоритма поиска равновесия.

Методологическая основа

Предлагаемая в данной работе методология интеграции базируется на синтезе двух теоретических компонентов: модели равновесного распределения транспортных потоков и поведенческой модели дискретного выбора. В данном разделе мы формализуем эти компоненты, уделяя особое внимание необходимой модификации классических транспортных моделей для учета специфики эксплуатации электромобилей.

Модель равновесного распределения потоков с зарядными станциями. Рассмотрим последовательно классическую модель назначений (далее, *классическая модель назначений Франка-Вольфа*) и предлагаемую модификацию, необходимую для моделирования сетей с зарядной инфраструктурой.

Классическая модель назначений Франка-Вольфа. Эта модель состоит из двух ключевых компонентов: *классической модели транспортной сети с потоками* и *алгоритма поиска равновесного распределения потоков* в ней (алгоритм Франка-Вольфа) [24].

Классическая модель транспортной сети с потоками описывает топологию дорог, характеристики спроса и функции затрат на передвижение. А именно, улично-дорожная сеть представляется в виде ориентированного графа (V, E) , где дуги $e \in E$ моделируют односторонние сегменты дорог, а вершины $v \in V$ – транспортные узлы. В этом графе выделены множества специальных вершин O (*источники*) и D (*стоки*), которые моделируют пункты отправления и назначения поездок. Каждому маршруту движения из пункта отправления в пункт назначения отвечает некоторый соединяющий источник $o \in O$ и сток $d \in D$ путь – непрерывная последовательность дуг (e_1, e_2, \dots, e_n) , $e_k \in E$, которая начинается в вершине O и заканчивается в вершине d . Предполагается, что для всякой пары (o, d) (которую называют *корреспонденцией*) множество всех таких путей ${}^{od}P$ непустое.

Каждой дуге $e \in E$ приписана функция стоимости (затрат) передвижения $c_e = c_e(f_e)$, которая монотонно зависит от величины (интенсивности) суммарного транспортного потока по этой дуге f_e . Для каждой корреспонденции (o, d) задана величина транспортного спроса q_{od} (интенсивность отправления

поездок), образующая *матрицу корреспонденций* q .

Для поиска равновесного распределения потоков в такой модели, как уже указывалось ранее, используется итеративный алгоритм Франка-Вольфа [2]. Важно отметить, что ключевым шагом этого алгоритма является поиск для каждой из корреспонденций кратчайшего (минимального по суммарным затратам на дугах) пути.

Важно отметить также, что классический алгоритм допускает расширение на поиск равновесия сразу для нескольких различных классов пользователей, но только если разница их функций затрат фиксирована и не зависит от суммарного потока на дуге [4; 7]. Это позволяет совместно моделировать потоки автомобилей с различными типами двигателей (например, ДВС и EV), но делает подход неприменимым для моделирования гетерогенности внутри класса EV, так как чувствительность к очередям (зависящим от потока) у разных групп водителей, в общем случае, различается.

Модифицированная модель назначений Франка-Вольфа. В качестве отправной модели для модификации в данной работе рассматривается классическая модель с двумя классами пользователей: ' e ' – автомобили, нуждающиеся в зарядке, ' c ' – автомобили в ней не нуждающиеся, и общими для этих классов функциями стоимости $c_e = c_e(f_e)$. Сама модификация состоит в следующем.

1. Модификация модели транспортной сети с потоками. Данная модификация включает:

- *инсталлирование зарядных станций:* для каждой дуги e , моделирующей сегмент дороги, с которой есть заезд на зарядную станцию и выезд с нее, в орграф транспортной сети добавляется дополнительная вершина S_\uparrow соответствующая этой станции, а также две дуги a^\uparrow, a^\downarrow , моделирующие сегменты дороги, ведущие к станции и от нее, соответственно (как на рисунке 1). Для класса ' c ' дугам a^\uparrow, a^\downarrow приписываются бесконечные стоимости, тем самым неявно запрещая движение по этим дугам для пользователей данного класса. Для класса ' e ' функции стоимости для этих дуг выбираются так, чтобы полное затраченное время на проезд (по дугам a^\uparrow, a^\downarrow) этой станции было равно

$$T_{a^\uparrow a^\downarrow}(f) = t_{a^\uparrow}^o(f) + \hat{W}_q(f) + \tau_s + t_{a^\downarrow}^o(f),$$

где

$t_e^o(f)$ – время движения по сегменту дороги e с суммарным транспортным потоком f (например, рассчитываемое с помощью BRP (Bureau of Public Roads, США) функции),

$\hat{W}_q(f)$ – оценочное среднее время ожидания в очереди на зарядку,

τ_s – среднее время зарядки.

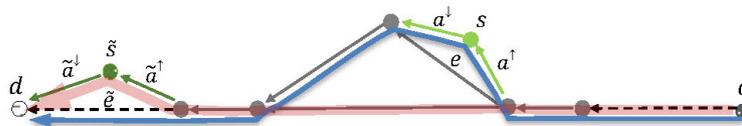


Рисунок 1. Вариант орграфа дорожной сети с зарядными станциями

Примечание – Цветом отмечены примеры путей: красный – без зарядки (с прохождением через фиктивную станцию \tilde{s}), синий – с зарядкой на реальной станции s .

Источник: разработано авторами

В качестве оценки $\hat{W}_q(f)$ используется вариант формулы Полачека-Хинчина для среднего времени ожидания в очереди в системе массового обслуживания $M/G/k$ со средним входным потоком заявок f и числом параллельно обслуживаемых каналов k , совпадающим с количеством зарядных мест (слотов) на станции [11];

– инсталлирование «фиктивных» зарядных станций: для каждой дуги \tilde{e} , ведущей к стоку, в орграф транспортной сети добавляется дополнительная вершина \tilde{s} , соответствующая «фиктивной» станции (не существующей в реальности и только моделирующей возможность зарядиться позднее, после прибытия в сток), и дуги \tilde{a}^\uparrow , \tilde{a}^\downarrow (как на рисунке 1). Функции стоимости для дуг выбираются так, чтобы движение по этим дугам класса 'e' было запрещено, а для класса 'e' полное затраченное время на проезд (по дугам \tilde{a}^\uparrow , \tilde{a}^\downarrow) этой станции было равно некоторому фиксированному, не зависящему от величины потока значению T^\times , которое можно трактовать, например, как сумму $T^{tol} + \tilde{\tau}$, где T^{tol} – некоторое пороговое значение дополнительной потери времени из-за необходимости отклониться от маршрута без подзарядки и добраться (с учетом ожидания в очереди) до подзарядки, превышение которого приводит к отказу от зарядки, $\tilde{\tau}$ – некоторое типичное для зарядных станций среднее время зарядки (отражает оценку потери времени пользователями на зарядку на типичной станции).

2. Модификация алгоритма поиска равновесного распределения потоков Франка-Вольфа. Алгоритм Франка-Вольфа модифицируется путем введения в процедуру поиска кратчайшего пути ограничения: маршрут автомобиля, нуждающегося в зарядке, должен проходить ровно через одну станцию (реальную или фиктивную).

Такая модификация позволяет естественно моделировать выбор между альтернативами «зарядиться»-«отказаться от зарядки»: в процессе поиска кратчайшего пути (модифицированный) алгоритм Франка-Вольфа для каждого водителя, нуждающегося в зарядке, делает выбор: либо поехать на реальную станцию,

пожертвовав временем на отклонение от маршрута и ожидание в очереди, либо «воспользоваться» фиктивной станцией, заплатив за это фиксированный штраф T^\times . Если реальная зарядка оказывается слишком «дорогой» по времени, кратчайшим становится путь через фиктивную станцию, что эквивалентно решению водителя отложить зарядку (рисунок 1).

Выбор именно этой модифицированной модели Франка-Вольфа в качестве базовой для данного исследования обусловлен несколькими причинами. Во-первых, она сохраняет вычислительную робастность и эффективность классического алгоритма, что критически важно для применения на больших городских сетях [19]. Во-вторых, она предлагает понятную реализацию ключевого выбора «отказаться от зарядки» через механизм фиктивных станций. Таким образом, данная модификация решает структурные проблемы применения модели равновесия к сетям с зарядными станциями. Однако она все еще оставляет открытой поведенческую проблему, связанную с упрощенной функцией затрат (как временных затрат), которая будет рассмотрена в следующем подразделе.

Обобщенная функция затрат на основе моделей дискретного выбора. Предложенная выше модификация позволяет структурно адаптировать модель назначений для сетей с зарядной инфраструктурой. Однако она по-прежнему опирается на фундаментальное допущение, что водители принимают решения, минимизируя исключительно временные затраты. Это является сильным упрощением, поскольку реальный выбор водителя автомобиля зависит также от множества поведенческих и психологических факторов.

Для учета этих факторов целесообразно перейти от временных затрат к *обобщенной функции затрат (дисполезности)*. Теоретическим фундаментом здесь выступает теория дискретного выбора и принцип максимизации случайной полезности (RUM) [22; 26]. Согласно фундаментальному постулату этой теории, каждый индивид i оценивает доступные ему альтернативы j (например, «зарядиться на станции s » или «отказаться от зарядки») и выбирает ту, которая обла-

дает для него наибольшей полезностью U_{ij} . Сама полезность традиционно представляется как сумма *систематической* (наблюдаемой) части V_{ij} и случайной ошибки.

В литературе по транспортному моделированию известно, что в детерминированных моделях равновесия выбор маршрута «средним» или «рациональным» агентом можно описать, опираясь именно на систематическую часть полезности [24], связанную с этим маршрутом. А именно, обобщенная функция затрат (дисполезность) W_{ij} вводится как величина, противоположная систематической полезности: $W_{ij} = -V_{ij}$

$$c_{p[j']}^{(i)} - c_{p[j]}^{(i)} = \mu \cdot (W_{ij'} - W_{ij}),$$

где

$\mu > 0$ – некоторая положительная независимая от альтернатив;

j, j' – константа масштабирования (scaling factor), обеспечивающая соразмерность единиц измерения (например, перевод условных единиц полезности «ютилей» в минуты).

Если это равенство выполняется, то путь с минимальными суммарными затратами будет соответствовать альтернативе с максимальной полезностью.

Хотя этот общий принцип интеграции является концептуально известным в теории транспортных сетей, его практическая реализация для каждого конкретного случая представляет собой отдельную и часто нетривиальную научную задачу. Разработка методологии для поведенческой спецификации соответствующих функций затрат является одним из ключевых вкладов данной статьи.

(с точностью до аддитивной константы).

Базовым условием корректной интеграции является требование согласованности: функции стоимости проезда по дугам сети $c_e^{(i)}$ должны быть подобраны таким образом, чтобы минимизация обобщенных затрат в графе была эквивалентна максимизации полезности в модели выбора. Формально, пусть $p[j]$ – путь в графе, соответствующий выбору альтернативы j , а $c_{p[j]}^{(i)} = \sum_{e \in p[j]} c_e^{(i)}$ – суммарные затраты на этом пути.

Тогда для любой пары альтернатив (j, j') должно выполняться соотношение:

Моделирование гетерогенных предпочтений: модель латентных классов. Для учета ненаблюдаемой гетерогенности предпочтений водителей используется модель выбора на основе латентных классов (LC) [10; 14; 18]. В отличие от смешанной логит-модели (Mixed Logit [23]), оперирующей непрерывными распределениями параметров, LC выделяет конечное число C дискретных сегментов (классов) с однородными предпочтениями. Это делает её совместимой с многоклассовой структурой моделей равновесия. Математически модель описывается системой уравнений:

$$P_i(j) = \sum_{c \in C} P_i(c) \cdot \frac{\exp(V_{ij|c})}{\sum_{k \in J} \exp(V_{ik|c})}, \quad P_i(c) = \frac{\exp(Z_{ic})}{\sum_{c \in C} \exp(Z_{ic})}.$$

Здесь

$P_i(j)$ – безусловная вероятность того, что водитель i выберет альтернативу $j \in J$;

$V_{ij|c}$ – систематическая полезность альтернативы j для представителя класса c ;

$P_i(c)$ – вероятность принадлежности индивидуума к классу c , где функции принадлежности Z_{ic} зависят от его стабильных¹ наблюдаемых характеристик.

Прямыми результатами оценки модели являются параметры функций $V_{ij|c}$ и Z_{ic} . Для реализации предлагаемой методологии критически важными являются также результаты *пост-оценочного анализа* [14]: оценочные доли каждого класса в общем множестве π_c , а также распределения ситуативных атрибутов водителей внутри каждого латентного класса.

Методология интеграции

Общая схема предлагаемой методологии представлена на рисунке 4. Процесс разделен на две параллельные ветви: формирование функций затрат (Ветвь А) и формирование спроса (Ветвь В).

Ветвь А решает проблему несовместимости результатов поведенческой модели с модифицирован-

¹ В общем случае атрибуты индивидуумов делятся на *стабильные* – не меняющиеся от одного выбора к другому, характеризующие самого человека (например, возраст), и *ситуативные*, характеризующие состояние или ситуацию, в которой находится человек в момент выбора (например, остаток заряда батареи) [24].

ным алгоритмом Франка-Вольфа. Сложность заключается в двух аспектах:

1) поведенческая модель оперирует непрерывными характеристиками (например, восприятием запаса хода), что противоречит дискретной природе классов в модели равновесия;

2) сложная структура функций полезности не позволяет напрямую использовать их в качестве функций затрат.

Для преодоления этих ограничений применяется метод последовательного «усреднения»: сложные распределенные характеристики классов заменяются их репрезентативными значениями. Это позволяет адаптировать модель поэтапно.

Ветвь B адаптирует исходный транспортный спрос к выявленной гетерогенной структуре, распределяя матрицу корреспонденций между поведенческими сегментами.

Далее подробно рассмотрены шаги реализации каждой ветви.

Организация ветви А. Шаг А.1. Спецификация поведенческой модели выбора и получение результатов ее оценивания.

Для водителей электромобилей, планирующих совершить поездку из «истока» в «сток» и рассматривающих возможность зарядиться на пути следования,

рассмотрим модель дискретного выбора на основе латентных классов со следующей спецификацией.

В качестве множества альтернатив рассматриваются альтернативы вида «зарядиться на зарядной станции S » и одна общая альтернатива «отказаться от зарядки». Договоримся далее соответствующие альтернативы обозначать просто через S и $\#$.

Спецификация модели включает следующие атрибуты. В качестве ситуативной характеристики водителя выступает *обеспеченность* (sec) – прогнозируемое водителем отношение остаточного заряда в конце дня к среднему дневному расходу. Атрибуты альтернативы (станции S) разделяются на динамические и статические. К динамическим относятся: время отклонения от маршрута без зарядки (Δt), включающее только время проезда до станции и от нее; среднее время ожидания в очереди (w). Статические представляются набором $X = (x_1, x_2, \dots, x_r)$ характеристик процесса зарядки на станции, который включает как среднюю продолжительность сеанса зарядки, номинальную мощность, так и наличие возможностей для удовлетворения сопутствующих потребностей (например, совершение покупок) во время обслуживания и т. п.

В качестве классово-специфичных функций полезности для альтернатив с зарядкой выступают параметризованные числовыми параметрами функции вида:

$$V_{is|c} = V_{s|c} = \alpha^{(c)} + \beta_{\Delta t}^{(c)} \cdot \Delta t + \beta_w^{(c)} \cdot w + F(X; B^{(c)}),$$

где

$\alpha^{(c)}$, $\beta_{\Delta t}^{(c)}$, $\beta_w^{(c)}$ – числовые параметры (коэффициенты) для латентных классов $c \in \{1, 2, \dots, C\}$,

$F = F(X; B)$ – некоторая функция от статических атрибутов X , параметризованная набором числовых параметров $B = (\beta_1, \beta_2, \dots)$.

Для обеспечения возможности идентификации модели и ясной поведенческой интерпретации параметра $\alpha^{(c)}$ на функцию F накладывается следующее естественное ограничение [26]²: $F(\mathbf{0}; B) = 0$. В качестве F могут выступать как линейные комбинации атрибутов (например, $F(X; B) = \beta_1 \cdot x_1 + \beta_2 \cdot x_2 + \dots + \beta_r \cdot x_r$), так

и более сложные нелинейные формы, включающие квадратичные члены или взаимодействия между атрибутами.

В качестве классово-специфичных функций полезности для альтернативы, связанной с отказом от зарядки, выступают:

$$V_{i\#|c} = \beta_{sec}^{(c)} \cdot G(sec_i),$$

где

$G = G(sec)$ – некоторая неубывающая принимающая неотрицательные значения непрерывная функция от обеспеченности sec , такая, что $G(0) = 0$ (например, $G(sec) = \log(1 + sec)$),

$\beta_{sec}^{(c)}$ – числовой параметр.

² Это условие позволяет отделить «базовую ценность услуги» (получение энергии), которая фиксируется параметром $\alpha^{(c)}$, от влияния «уровня обслуживания» (Level of Service), описываемого функцией F . В такой постановке F отражает изменение полезности, обусловленное конкретными техническими параметрами станции (например, длительностью процесса или мощностью), относительно гипотетического мгновенного получения услуги.

Замечание. Знаки коэффициентов $\beta_{\Delta t}^{(c)}$, $\beta_w^{(c)}$ ожидаются отрицательными, так они отражают физическую потерю времени. Знак $\beta_{sec}^{(c)}$ ожидается положительным, отражающим нежелание заряжаться при наличии высокого уровня обеспеченности. Знак коэффициента $\alpha^{(c)}$ ожидается положительным, потому что в случае, когда $sec_i \approx 0$, соответственно, $V_{i\#c} \approx 0$, любая расположенная на пути следования станция без очереди ($\Delta t = 0, w = 0$) должна быть для него более привлекательна, чем отказ от зарядки, ($V_{s|c} > V_{i\#c}$), а это в общем случае возможно только если $\alpha^{(c)} > 0$. Знак $F(X; B^{(c)})$ может, в общем случае, быть как отрицательным, так и положительным.

Предполагается, что в результате процедуры оценивания мы получаем следующие выходные данные, которые будут использоваться на последующих шагах нашей методологии:

- набор оцененных классов-специфичных функций полезности $V_{s|c}, V_{i\#c}$ (в виде точечных оценок их параметров);
- оценочные доли каждого класса в множестве, $\pi^{(c)}$;
- оценки (условных) распределений (функций плотности вероятности) $p^{(c)} = p^{(c)}(sec)$ значений обес-

печенности внутри каждого класса c . Отметим, что эти распределения получаются в результате пост-оценочного анализа (post-estimation analysis) [14], а потому необходимо, чтобы в опросник были включены вопросы, позволяющие получить информацию о текущем значении обеспеченности респондента.

Шаг А.2. Повышение гомогенности классов путем поведенческой фильтрации

Целью данного этапа является выделение «активной группы» водителей, которые в рамках детерминированной логики потенциально могут выбрать зарядку. Это необходимо для повышения гомогенности классов перед последующим усреднением параметров.

Идеально рациональный водитель класса c откажется от зарядки на любой реальной станции $s \in S$, если полезность отказа $V_{i\#c}$ превышает максимально возможную систематическую полезность зарядки $V_{max}^{(c)}$. Величина $V_{max}^{(c)}$ представляет собой «потолок» привлекательности инфраструктуры для данного класса и рассчитывается для гипотетической станции с наилучшими характеристиками при отсутствии очередей ($\Delta t = 0, w = 0$):

$$V_{max}^{(c)} = \alpha^{(c)} + \max_{s \in S} F(X_s; B^{(c)}).$$

Критический порог обеспеченности $sec_{crit}^{(c)}$, выше которого водитель гарантированно отказывается от услуги, определяется из условия. Водители с уровнем заряда $sec_i > sec_{crit}^{(c)}$ рассматриваются как «балласт», не формирующий нагрузку на зарядную сеть, и исключаются из дальнейшего анализа, что представлено на рисунке 2.

Сужение множества до «активной группы» порождает новые характеристики для каждого класса:

- долю активной группы $\pi_a^{(c)}$ – отношение оставшихся после фильтрации водителей к исходной

численности класса;

- обновленные распределения ситуативных атрибутов $p_a^{(c)} = p_a^{(c)}(sec)$, полученные путем усечения и перенормировки исходных функций плотности, рассмотренных на рисунке 3.

Итоговая доля активной группы во всем множестве водителей EV рассчитывается как $\pi_a = \sum_{c=1}^C \pi^{(c)} \cdot \pi_a^{(c)}$, а уточненная структура классов описывается набором условных долей классов внутри активной группы: $\pi_c^{(a)} = (\pi^{(c)} \cdot \pi_a^{(c)}) / \pi_a$.

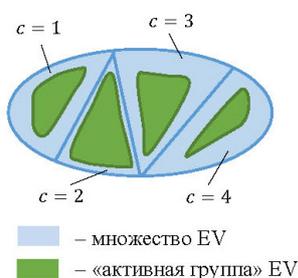


Рисунок 2. Структура множества водителей
Источник: разработано авторами

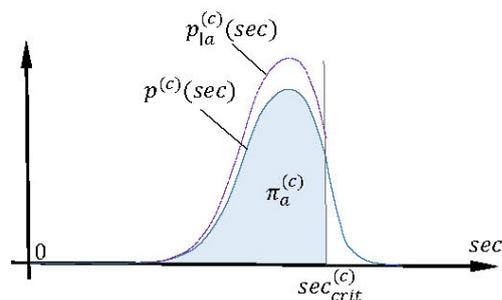


Рисунок 3. Функции плотности вероятности

Источник: разработано авторами

Эти новые характеристики являются результатом второго шага методологии и служат основой для финального шага – дискретизации и построения функций затрат.

Шаг А.3. Дискретизация «активной группы»

В полученных ранее латентных классах водителей величина обеспеченности sec_i как ситуативный атрибут водителя i распределена непрерывно, создавая следующую методологическую проблему. Поскольку функция полезности отказа от зарядки $V_{i\#c}$ напрямую зависит от sec_i , это означает, что внутри каждого латентного класса c существует, по сути,

бесконечное число подклассов водителей, каждый со своей уникальной функцией полезности. Такая бесконечная гетерогенность несовместима с моделью равновесного распределения потоков.

Для решения этой проблемы мы выполняем процедуру дискретизации, заменяя для каждого класса c это бесконечное множество подклассов одним репрезентативным подклассом. Это достигается путем замены индивидуального значения $G(sec_i)$ в функции полезности $V_{i\#c}$ его средним по «активной группе» класса значением $\bar{G}^{(c)}$:

$$\bar{G}^{(c)} = \int_0^{sec_{crit}^{(c)}} G(sec) \cdot p_{|a}^{(c)}(sec) dsec.$$

Тем самым получаем не зависящую от sec_i функцию полезности для соответствующего класса:

$$\bar{V}_{\#|c} = \beta_{sec}^{(c)} \cdot \bar{G}^{(c)}.$$

Стоит отметить, что данный подход не ограничивает общности. При необходимости повышения точности, не нарушая логики метода, можно аналогичным образом выделить в каждом классе несколько репрезентативных подклассов (например, за счет выделения нескольких диапазонов для sec и усреднения по ним), однако для целей данной методологии мы рассматриваем наиболее простой вариант с одним подклассом.

Шаг А.4. Построение поведенчески-согласованных функций затрат

Используя полученные ранее функции полезности, введем теперь следующие классо-специфичные обобщенные функции затрат. Для этого сперва введем следующие $C+1$ классов водителей $m \in \{0, 1, \dots, C\}$: класс $m=0$ – множество всех водителей, не входя-

щих в активную группу, включая водителей не электрокаров; класс $m \geq 1$ – множество водителей *активной* группы латентного класса $c = m$.

Также отметим, что поскольку дуги заезда на станцию и выезда с нее в любом допустимом маршруте проходятся строго последовательно, образуя единый функциональный блок, распределение величины затрат между ними не влияет на результат поиска кратчайшего пути – важна лишь их суммарная величина. С учетом этого для удобства формализации введем обозначение $C_{(u,v)}^{(m)}$ для суммарных затрат на проезд по паре последовательных дуг u и v .

Тогда итоговую спецификацию функций затрат для дуг с суммарным потоком f можно определить следующим образом, представленном в таблице 1.

Таблица 1. Спецификация функций затрат для элементов сети

Элемент сети	Класс $m = 0$	Класс $m \geq 1$ (активные EV)
Обычная дорога ($C_e^{(m)}$)	$t_e^\circ(f)$	$t_e^\circ(f)$
Реальная станция ($C_{(a^\uparrow, a^\downarrow)}^{(m)}$)	∞	$\frac{\alpha^{(m)}}{\beta_{\Delta t}^{(m)}} + t_{(a^\uparrow, a^\downarrow)}^\circ(f) + \frac{\beta_w^{(m)}}{\beta_{\Delta t}^{(m)}} \cdot \hat{W}_q(f) + \frac{1}{\beta_{\Delta t}^{(m)}} F + K$
Фиктивная станция ($C_{(\bar{a}^\uparrow, \bar{a}^\downarrow)}^{(m)}$)	∞	$\frac{\beta_{sec}^{(m)}}{\beta_{\Delta t}^{(m)}} \cdot \bar{G}^{(m)} + K$

Источник: разработано авторами

Здесь $t_{(a^\uparrow, a^\downarrow)}^\circ(f) = t_{a^\uparrow}^\circ(f) + t_{a^\downarrow}^\circ(f)$, $K \geq 0$ – некоторая универсальная константа, обеспечивающая неотрицательность соответствующих функций затрат (без константы K , с учетом знаков коэффициентов, затраты могли бы получаться отрицательными, что могло бы создать трудности при практической реализации модели).

Замечание 1. В качестве константы K , как нетрудно проверить, достаточно выбрать $K \geq \max(V_{\max}^{(m)}, \beta_{sec}^{(m)} \cdot \bar{G}^{(m)}) / |\beta_{\Delta t}^{(m)}|$ для всех $m \geq 1$.

Замечание 2. Присутствующее в выражениях деления параметров полезности на коэффициент чувствительности ко времени $\beta_{\Delta t}^{(m)}$ выполняет роль нормировки, приводящей все слагаемые к единицам обобщенного времени (generalized time). Это обеспечивает физическую соразмерность поведенческих компонентов затрат с реальным временем движения $t_e^\circ(f)$.

Построенные таким образом функции затрат обеспечивают согласованность с поведенческой моделью, а именно, можно проверить, что при такой спецификации разность суммарных затрат для любой пары маршрутов, соответствующих различным альтернативам (например, «зарядиться на станции S » против

«отказаться» или «зарядиться на S » против «зарядиться на S' »), оказывается линейно пропорциональна разности дисполезностей этих альтернатив. Роль коэффициента масштабирования μ в условии (*) при этом играет величина $1/|\beta_{\Delta t}^{(m)}|$.

Шаг А.5. Адаптация функций затрат для модели назначений Франка-Вольфа

Предложенные ранее функции не могут быть напрямую использованы в (многоклассовой) модели назначений Франка-Вольфа, поскольку не удовлетворяют базовому требованию – разница в значениях затрат разных классов для каждой дуги e не должна зависеть от величины суммарного потока по дуге. В нашем случае этому условию мешает участвующая в выражении для функций затрат специфичная для каждого латентного класса c компонента $(\beta_w^{(c)} / \beta_{\Delta t}^{(c)}) \cdot \hat{W}_q(f)$ – разность этой компоненты для разных классов остается зависящей от суммарного потока f . Чтобы избавиться от этой зависимости, мы предлагаем заменить в функциях затрат классо-специфичный коэффициент $\gamma^{(c)} = \beta_w^{(c)} / \beta_{\Delta t}^{(c)}$ его усредненным по всем классам «активной группы» значением:

$$\bar{\gamma} = \sum_{c=1}^C \gamma^{(c)} \cdot \pi_c^{(a)},$$

где, как и ранее,

$\pi_c^{(a)}$ – условная доля класса c в «активной группе».

В результате этой процедуры мы получаем набор модифицированных функций затрат (в единицах обобщенного времени). В них чувствительность к зависящим от потока факторам (времени в пути и времени ожидания) становится одинаковой для всех

классов, что обеспечивает совместимость с алгоритмом Франка-Вольфа. При этом все остальные параметры – такие как базовая привлекательность зарядки ($\alpha^{(c)}$) и чувствительность к статическим атрибутам станций ($B^{(c)}$) – остаются классо-специфичными.

Таким образом, модель сохраняет ключевую информацию о гетерогенности предпочтений, но приводит ее к виду, пригодному для использования алгоритма Франка-Вольфа.

Организация ветви В. Эта ветвь преобразует исходные матрицы корреспонденций для водителей EV ${}^e q$ и водителей CV (автомобилей с ДВС) ${}^c q$ в многоклассовую структуру, совместимую с гетерогенной моделью.

$$q^{(0)} = {}^c q + {}^e q \sum_{c=1}^C \pi^{(c)} (1 - \pi_a^{(c)}), \quad q^{(m)} = {}^e q \cdot \pi^{(m)} \cdot \pi_a^{(m)} \quad (m \geq 1),$$

где

$\pi^{(c)}$ – исходная доля класса c ,

$\pi_a^{(c)}$ – доля активной части внутри этого класса (результат Шага А.2).

Итоговый синтез интегрированной модели. На заключительном этапе результаты работы двух параллельных ветвей объединяются в единую расчетную схему, представленную на рисунке 4.

Сформированный набор классов-специфичных функций затрат $\bar{c}_e^{(m)}$ (выход Ветви А) и матриц спроса $q^{(m)}$ (выход Ветви В) накладываются на модифицированный граф транспортной сети. Полученная модель полностью совместима с модифицированным многоклассовым алгоритмом Франка-Вольфа и позволяет найти искомое равновесное распределение потоков.

Обсуждение

Предложенная методология выступает связующим звеном между детализированными поведенческими моделями индивидуального выбора и агрегированными транспортными моделями сетевого равновесия.

С теоретической точки зрения, главный вклад работы заключается в создании процедуры, позволяющей сохранить ключевую информацию о гетерогенности водителей в рамках детерминированной модели. В отличие от полностью гомогенных подходов, разработанная модель различает классы пользователей по их базовой склонности к зарядке ($\alpha^{(m)}$), реакции на характеристики станций ($B^{(m)}$) и чувствительности к уровню обеспеченности ($\beta_{sec}^{(m)}$).

Вместе с тем, процедура адаптации опирается на важное допущение: использование усредненного коэффициента чувствительности к очередям $\bar{\gamma}$ для всех активных классов. Это необходимый компромисс для обеспечения совместимости с алгоритмом Франка-Вольфа.

Данное упрощение является обоснованным с инженерной точки зрения. Во-первых, значимая погрешность возникает только в сценариях с формированием очередей с большим средним временем ожидания. Во-

вторых, процедура заключается в расщеплении спроса EV пропорционально параметрам, полученным в Ветви А. Водители, попавшие в «активные группы», формируют спрос для классов $m \geq 1$. Оставшаяся «пассивная» часть водителей EV (для которых зарядка заведомо невыгодна) объединяется с множеством обычных автомобилей в единый фоновый класс $m = 0$.

Итоговый набор матриц спроса $q^{(m)}$ определяется следующими соотношениями:

вторых, параметр $\gamma^{(c)}$ естественно интерпретируется как коэффициент тяжести ожидания (wait time multiplier). Согласно эмпирическим исследованиям [5; 27], этот относительный показатель варьируется между социальными группами значительно меньше (обычно оставаясь в диапазоне 1.5–2.5), чем абсолютная стоимость времени. Следовательно, можно ожидать, что унификация этого параметра не будет вносить существенных искажений в итоговое распределение потоков.

Практическая значимость подхода состоит в том, что он предоставляет транспортным планировщикам инструмент для прямой калибровки функций затрат на основе данных опросов, исключая необходимость в сложной эвристической подгонке параметров. Это открывает возможности для более точного сценарного анализа развития зарядной инфраструктуры.

Заключение

В проведенном исследовании решена проблема интеграции сложной поведенческой гетерогенности водителей электромобилей в вычислительно эффективные детерминированные модели транспортных сетей. Разработанная методология доказала, что использование многоступенчатой процедуры трансформации позволяет преодолеть разрыв между вероятностной природой индивидуального выбора, связанного с решением о необходимости зарядки, и детерминированной логикой моделей сетевого равновесия.

Научная новизна работы заключается в разработке принципов спецификации классов-специфичных функций затрат, которые сводят сложную поведенческую задачу выбора маршрута водителем электромобиля с учетом необходимости зарядки к многоклассовой версии алгоритма Франка-Вольфа, сохраняя при этом ключевую информацию о гетерогенности их предпочтений.

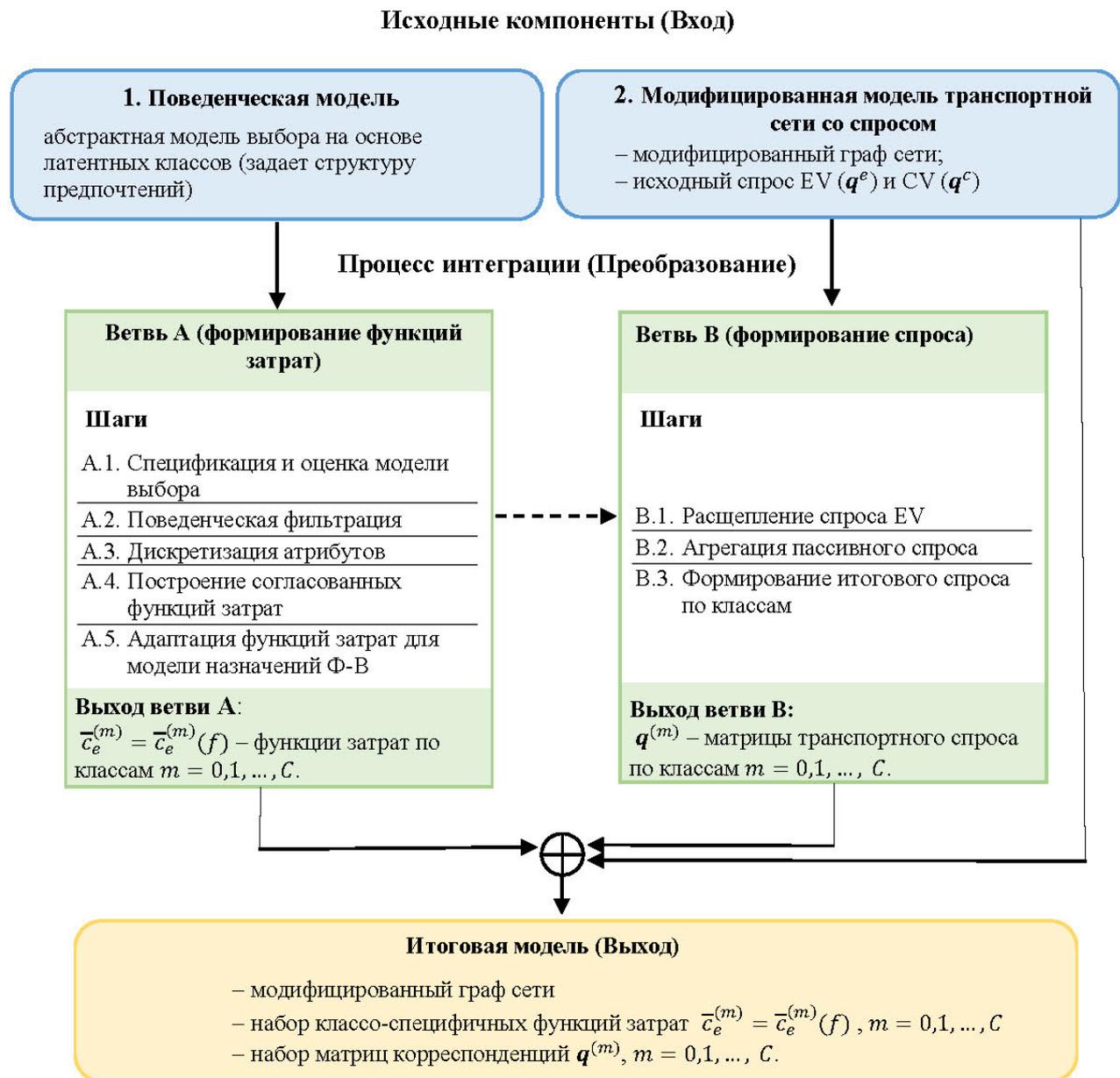


Рисунок 4. Схема вычислений интегрированной модели
Источник: разработано авторами

Практическая значимость исследования состоит в том, что полученный инструментарий дает возможность напрямую использовать результаты эмпирических исследований предпочтений для калибровки макромоделей, существенно повышая точность прогнозирования загрузки зарядной инфра-

структуры по сравнению с традиционными подходами. Дальнейшее развитие предложенного метода видится в его адаптации для стохастических моделей равновесия и верификации на натуральных данных о транспортных потоках.

Литература

1. Математические модели и технологии искусственного интеллекта для мониторинга автотранспортных потоков: монография / М. В. Яшина [и др.]. – М.: Общество с ограниченной ответственностью «Техполиграф-центр», 2024. – 176 с.
2. Поиск равновесий в двухстадийных моделях распределения транспортных потоков по сети / Е. В. Котлярова [и др.] // Компьютерные исследования и моделирование. – 2021. – Т. 13, № 2. – С. 365–379. – <https://doi.org/10.20537/2076-7633-2021-13-2-365-379>. – EDN: TMSLKI.
3. Прикладные задачи теории динамических систем и классической механики для моделирования транспортных процессов: монография. В 2-х частях. Часть I. Континуальные и дискретные модели сложных систем динамики и особенности конечномерных аппроксимаций / М. В. Яшина [и др.]. – М.: Московский автомобильно-дорожный государственный технический университет (МАДИ), 2023. – 212 с. – EDN: CWKHKD.
4. Швецов В. И. Математическое моделирование транспортных потоков // Автоматизация и телемеханика. – 2003. – № 11. – С. 3–46. – EDN: NTKEJT.
5. Abrantes P. A., Wardman M. R. (2011) Meta-analysis of UK values of travel time: An update. *Transportation Research Part A: Policy and Practice*. – Vol. 45. – No. 1, pp. 1–17. – <https://doi.org/10.1016/j.tra.2010.07.002>. (In Eng.).
6. Beckmann M. J., McGuire C. B., Winsten C. B. (1956) *Studies in the Economics of Transportation*. – Yale University Press. – 359 p.
7. Dafermos S. C. (1972) The traffic assignment problem for multiclass-user transportation networks. *Transportation Science*. – Vol. 6. – No. 1, pp. 73–87. – <https://doi.org/10.1287/trsc.6.1.73>. (In Eng.).
8. Egbue O., Long S. (2012). Barriers to widespread adoption of electric vehicles: An analysis of consumer attitudes and perceptions. *Energy Policy*. – Vol. 48, pp. 717–729. – <https://doi.org/10.1016/j.enpol.2012.05.025>. (In Eng.).
9. Franke T., Krems J. F. (2013). Understanding charging behaviour of electric vehicle users. *Transportation Research Part F: Traffic Psychology and Behaviour*. – Vol. 21, pp. 75–89. – <https://doi.org/10.1016/j.trf.2013.01.002>. (In Eng.).
10. Greene W. H. (2011) *Econometric Analysis* (7th ed.). Prentice Hall. – 1098 p. (In Eng.).
11. Gross D., et al. (2008) *Fundamentals of Queueing Theory* (4th ed.). Wiley. – <https://doi.org/10.1002/9780470316829>. (In Eng.).
12. Hardman S., et al. (2018). A review of consumer preferences of and interactions with electric vehicle charging infrastructure. *Transportation Research Part D: Transport and Environment*. – Vol. 62, pp. 508–523. – <https://doi.org/10.1016/j.trd.2018.06.010>. (In Eng.).
13. He F., Yin Y., Zhou J. (2015). Deploying public charging stations for electric vehicles on urban road networks. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*. – Vol. 60, pp. 227–240. – <https://doi.org/10.1016/j.trc.2015.08.005>. (In Eng.).
14. Hensher D. A., Rose J. M., Greene W. H. (2015) *Applied choice analysis* (2nd ed.). Cambridge University Press. – 1188 p. (In Eng.).
15. Jabeen F., et al. (2013) Electric vehicle battery charging behaviour: Findings from a driver survey. *Australasian Transport Research Forum 2013 Proceedings 2 – 4 October 2013, Brisbane, Australia*. – PATREC. – 15 p. (In Eng.).
16. Jensen A. F., Cherchi E., Mabit S. L. (2013). On the stability of preferences and attitudes before and after experiencing an electric vehicles. *Transportation Research Part D: Transport and Environment*. – Vol. 25, pp. 24–32. – <https://doi.org/10.1016/j.trd.2013.07.006>. (In Eng.).
17. Jiang Y., Xie J., He F. (2020). Path-based traffic assignment for battery electric vehicles with a constrained shortest path algorithm. *Transportation Research Part B: Methodological*. – Vol. 139, pp. 417–436. (In Eng.).
18. Kamakura W. A., Russell G. J. (1989). A probabilistic choice model for market segmentation and elasticity structure. *Journal of Marketing Research*. – Vol. 26. – No. 4, pp. 379–390. – <https://doi.org/10.1177/002224378902600402>. (In Eng.).
19. LeBlanc L. J., Morlok E. K., Pierskalla W. P. (1975). An efficient approach to solving the road network equilibrium traffic assignment problem. *Transportation Research*. – Vol. 9. – No. 5, pp. 309–318. (In Eng.).
20. Li K., et al. (2023) State-of-charge estimation combination algorithm for lithium-ion batteries with Frobenius-norm-based QR decomposition modified adaptive cubature Kalman filter and H-infinity filter based on electro-thermal model. *Energy*. – Vol. 263. – 125763. – <https://doi.org/10.1016/j.energy.2022.125763>. (In Eng.).
21. Liu B., et al. (2022). An electric vehicle charging station access equilibrium model with M/D/c queueing. *International Journal of Sustainable Transportation*. – Vol. 17. – No. 3, pp. 228–244. – <https://doi.org/10.1080/15568318.2022.2029633>. (In Eng.).

22. McFadden D. (1974) Conditional Logit Analysis of Qualitative Choice Behavior. *Frontiers in Econometrics*. – pp. 105–142. (In Eng.).
23. McFadden D., Train K. (2000) Mixed MNL models for discrete response. *Journal of Applied Econometrics*. – Vol. 15. – No. 5, pp. 447–470. – [https://doi.org/10.1002/1099-1255\(200009/10\)15:5<447::AID-JAE551>3.0.CO;2-1](https://doi.org/10.1002/1099-1255(200009/10)15:5<447::AID-JAE551>3.0.CO;2-1). (In Eng.).
24. Sheffi Y. (1985) *Urban Transportation Networks: Equilibrium Analysis with Mathematical Programming Methods*. Prentice-Hall. – 399 p. (In Eng.).
25. Sovacool B. K., et al. (2018) The demographics of decarbonizing transport: The influence of gender, education, occupation, age, and household size on electric mobility preferences in the Nordic region. *Global Environmental Change*. – Vol. 52, pp. 86–100. – <https://doi.org/10.1016/j.gloenvcha.2018.07.012>. (In Eng.).
26. Train K. E. (2009) *Discrete choice methods with simulation* (2nd ed.). Cambridge University Press. – 400 p. (In Eng.).
27. Wardman M. (2004) Public transport values of time. *Transport Policy*. – Vol. 11(4), pp. 363–377. – <https://doi.org/10.1016/j.tranpol.2004.05.001>. (In Eng.).
28. Wardrop J. G. (1952). Some theoretical aspects of road traffic research. *Proceedings of the Institution of Civil Engineers*. – Vol. 1(3), pp. 325–378. (In Eng.).
29. Zhu L., Peeta S., He X. (2022) User equilibrium traffic assignment for electric vehicles considering the charging choice. *Applied Energy*. – Vol. 325. – 119830. (In Eng.).

References

1. Yashina, M. V., et al. (2024) *Matematicheskiye modeli i tekhnologii iskusstvennogo intellekta dlya monitoringa avtotransportnykh potokov* [Mathematical models and artificial intelligence technologies for monitoring traffic flows]. Moscow: Techpoligrافتsentr Limited Liability Company, 176 p.
2. Kotlyarova, E. V., et al. (2021) [The search for equilibria in two-stage models of the distribution of traffic flows through the network]. *Komp'yuternyye issledovaniya i modelirovaniye* [Computer research and modeling]. Vol. 13, No. 2, pp. 365–379. – <https://doi.org/10.20537/2076-7633-2021-13-2-365-379>. (In Russ.).
3. Yashina, M. V., et al. (2023) *Prikladnyye zadachi teorii dinamicheskikh sistem i klassicheskoy mekhaniki dlya modelirovaniya transportnykh protsessov: monografiya. V 2-kh chastyakh. Chast' I. Kontinual'nyye i diskretnyye modeli slozhnykh sistem dinamiki i osobennosti konechnomernykh approksimatsiy* [Applied problems of the theory of dynamical systems and classical mechanics for modeling transport processes: monograph. In 2 parts. Part I. Continuous and discrete models of complex dynamics systems and features of finite-dimensional approximations]. Moscow: Moscow Automobile and Road Engineering State Technical University (MADI), 212 p.
4. Shvetsov, V. I. (2003) [Mathematical modeling of traffic flows]. *Avtomatizatsiya i telemekhanika* [Automation and telemechanics]. Vol. 11, pp. 3–46. (In Russ.).
5. Abrantes, P. A., Wardman, M. R. (2011) Meta-analysis of UK values of travel time: An update. *Transportation Research Part A: Policy and Practice*. Vol. 45. No. 1, pp. 1–17. – <https://doi.org/10.1016/j.tra.2010.07.002>. (In Eng.).
6. Beckmann, M. J., McGuire, C. B., Winsten, C. B. (1956) *Studies in the Economics of Transportation*. Yale University Press, 359 p. (In Eng.).
7. Dafermos, S. C. (1972) The traffic assignment problem for multiclass-user transportation networks. *Transportation Science*. Vol. 6. No. 1, pp. 73–87. – <https://doi.org/10.1287/trsc.6.1.73>. (In Eng.).
8. Egbue, O., Long, S. (2012) Barriers to widespread adoption of electric vehicles: An analysis of consumer attitudes and perceptions. *Energy Policy*. Vol. 48, pp. 717–729. – <https://doi.org/10.1016/j.enpol.2012.05.025>. (In Eng.).
9. Franke, T., Krems, J. F. (2013) Understanding charging behaviour of electric vehicle users. *Transportation Research Part F: Traffic Psychology and Behaviour*. Vol. 21, pp. 75–89. – <https://doi.org/10.1016/j.trf.2013.01.002>. (In Eng.).
10. Greene, W. H. (2011) *Econometric Analysis* (7th ed.). Prentice Hall, 1098 p. (In Eng.).
11. Gross, D., et al. (2008) *Fundamentals of Queuing Theory* (4th ed.). Wiley. – <https://doi.org/10.1002/9780470316829>. (In Eng.).
12. Hardman, S., et al. (2018) A review of consumer preferences of and interactions with electric vehicle charging infrastructure. *Transportation Research Part D: Transport and Environment*. Vol. 62, pp. 508–523. – <https://doi.org/10.1016/j.trd.2018.06.010>. (In Eng.).
13. He, F., Yin, Y., Zhou, J. (2015) Deploying public charging stations for electric vehicles on urban road networks. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*. Vol. 60, pp. 227–240. – <https://doi.org/10.1016/j>

trc.2015.08.005. (In Eng.).

14. Hensher, D. A., Rose, J. M., Greene, W. H. (2015) Applied choice analysis (2nd ed.). *Cambridge University Press*, 1188 p. (In Eng.).

15. Jabeen, F., et al. (2013) Electric vehicle battery charging behaviour: Findings from a driver survey. *Australasian Transport Research Forum 2013 Proceedings 2 – 4 October 2013, Brisbane, Australia*. PATREC, 15 p. (In Eng.).

16. Jensen, A. F., Cherchi, E., Mabit, S. L. (2013) On the stability of preferences and attitudes before and after experiencing an electric vehicles. *Transportation Research Part D: Transport and Environment*. Vol. 25, pp. 24–32. – <https://doi.org/10.1016/j.trd.2013.07.006>. (In Eng.).

17. Jiang, Y., Xie, J., He, F. (2020) Path-based traffic assignment for battery electric vehicles with a constrained shortest path algorithm. *Transportation Research Part B: Methodological*. Vol. 139, pp. 417–436. (In Eng.).

18. Kamakura, W. A., Russell, G. J. (1989) A probabilistic choice model for market segmentation and elasticity structure. *Journal of Marketing Research*. Vol. 26. No. 4, pp. 379–390. – <https://doi.org/10.1177/002224378902600402>. (In Eng.).

19. LeBlanc, L. J., Morlok, E. K., Pierskalla, W. P. (1975) An efficient approach to solving the road network equilibrium traffic assignment problem. *Transportation Research*. Vol. 9. No. 5, pp. 309–318. (In Eng.).

20. Li, K., et al. (2023) State-of-charge estimation combination algorithm for lithium-ion batteries with Frobenius-norm-based QR decomposition modified adaptive cubature Kalman filter and H-infinity filter based on electro-thermal model. *Energy*. Vol. 263. 125763. – <https://doi.org/10.1016/j.energy.2022.125763>. (In Eng.).

21. Liu, B., et al. (2022) An electric vehicle charging station access equilibrium model with M/D/c queueing. *International Journal of Sustainable Transportation*. Vol. 17. No. 3, pp. 228–244. – <https://doi.org/10.1080/15568318.2022.2029633>. (In Eng.).

22. McFadden, D. (1974) Conditional Logit Analysis of Qualitative Choice Behavior. *Frontiers in Econometrics*, pp. 105–142. (In Eng.).

23. McFadden, D., Train, K. (2000) Mixed MNL models for discrete response. *Journal of Applied Econometrics*. Vol. 15. No. 5, pp. 447–470. – [https://doi.org/10.1002/1099-1255\(200009/10\)15:5<447::AID-JAE551>3.0.CO;2-1](https://doi.org/10.1002/1099-1255(200009/10)15:5<447::AID-JAE551>3.0.CO;2-1). (In Eng.).

24. Sheffi, Y. (1985) Urban Transportation Networks: Equilibrium Analysis with Mathematical Programming Methods. *Prentice-Hall*, 399 p. (In Eng.).

25. Sovacool, B. K., et al. (2018) The demographics of decarbonizing transport: The influence of gender, education, occupation, age, and household size on electric mobility preferences in the Nordic region. *Global Environmental Change*. Vol. 52, pp. 86–100. – <https://doi.org/10.1016/j.gloenvcha.2018.07.012>. (In Eng.).

26. Train, K. E. (2009) Discrete choice methods with simulation (2nd ed.). *Cambridge University Press*, 400 p. (In Eng.).

27. Wardman, M. (2004) Public transport values of time. *Transport Policy*. Vol. 11(4), pp. 363–377. – <https://doi.org/10.1016/j.tranpol.2004.05.001>. (In Eng.).

28. Wardrop, J. G. (1952). Some theoretical aspects of road traffic research. *Proceedings of the Institution of Civil Engineers*. Vol. 1(3), pp. 325–378. (In Eng.).

29. Zhu, L., Peeta, S., He, X. (2022) User equilibrium traffic assignment for electric vehicles considering the charging choice. *Applied Energy*. Vol. 325. 119830. (In Eng.).

Информация об авторах:

Сичжоу Ду, аспирант, научная специальность 2.9.5. Эксплуатация автомобильного транспорта, Белорусский национальный технический университет, Минск, Республика Беларусь

ORCID ID: 0000-0003-4285-0591

e-mail: dusizhuo@gmail.com

Денис Сергеевич Саражинский, доцент, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры «Транспортные системы и технологии», Белорусский национальный технический университет, Минск, Республика Беларусь

ORCID ID: 0009-0003-7017-7290

e-mail: sarazhinsky@mail.ru

Денис Васильевич Капский, профессор, доктор технических наук, профессор кафедры «Транспортные системы и технологии», Белорусский национальный технический университет; профессор кафедры «Управление информационными ресурсами», Академия управления при Президенте Республики Беларусь, Минск, Республика Беларусь

ORCID iD: 0000-0001-9300-3857

e-mail: d.kapsky@gmail.com

Олег Николаевич Ларин, профессор, доктор технических наук, профессор кафедры «Цифровые технологии управления транспортными процессами», Российский университет транспорта, Москва, Россия

ORCID iD: 0000-0001-9020-2228

e-mail: larin_on@mail.ru

Вклад соавторов:

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Статья поступила в редакцию: 21.12.2025; принята в печать: 27.01.2026.

Авторы прочитали и одобрили окончательный вариант рукописи.

Information about the authors:

Sizhuo Du, postgraduate student, scientific specialty 2.9.5. Road Transport Operation, Belarusian National University of Technology, Minsk, Republic of Belarus

ORCID iD: 0000-0003-4285-0591

e-mail: dusizhuo@gmail.com

Denis Sergeevich Sarazhinsky, Associate Professor, Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor of the Department of Transport Systems and Technologies, Belarusian National University of Technology, Minsk, Republic of Belarus

ORCID iD: 0009-0003-7017-7290

e-mail: sarazhinsky@mail.ru

Denis Vasilyevich Kapski, Professor, Doctor of Technical Sciences, Professor of the Department of Transport Systems and Technologies, Belarusian National University of Technology; Professor of the Department of Information Resource Management, Academy of Public Administration under the President of the Republic of Belarus, Minsk, Republic of Belarus

ORCID iD: 0000-0001-9300-3857

e-mail: d.kapsky@gmail.com

Oleg Nikolaevich Larin, Professor, Doctor of Technical Sciences, Professor of the Department of Digital Technologies for Transport Process Management, Russian University of Transport, Moscow, Russia

ORCID iD: 0000-0001-9020-2228

e-mail: larin_on@mail.ru

Contribution of the authors:

The authors declare no conflicts of interest.

The paper was submitted: 21.12.2025.

Accepted for publication: 27.01.2026.

The authors have read and approved the final manuscript.